

Im Dialog zum tieferen Verständnis gelangen

Daniela Götze, Lars Holzäpfel, Bettina Rösken-Winter, Susanne Prediger & Christoph Selter

Zusammenfassung: Gerade in den vielerorts praktizierten individuellen und selbstgesteuerten Lernsettings, aber auch in gemeinsamen Klassengesprächen besteht die Gefahr, dass das Lernen auf Oberflächenwissen reduziert wird. Welche Gesprächsstrategien können Lehrkräfte und Lernende dabei unterstützen, zu einem tieferen Verständnis von Unterrichtsinhalten zu gelangen?

Quelle: Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., Prediger, S., & Selter, C. (2025).

Im Dialog zum tieferen Verständnis gelangen. *Pädagogik*, 11, 14–17. <https://doi.org/10.3262/PAED2511014>



Wenn Menschen auf der Straße gefragt werden, was für sie guten Mathematikunterricht ausmacht oder wie sie eine gute Mathematiklehrkraft beschreiben würden, sind folgende oder ähnliche Antworten oft zu hören: „Die Lehrkraft muss den Stoff gut erklären können. Meine Lehrkraft in Mathematik konnte nicht gut erklären, daher habe ich Mathe auch nie verstanden.“ Doch trifft dies auf das fachliche Lernen und insbesondere auf das Lernen im Mathematikunterricht zu? Ist die Erklärung durch die Lehrkraft wirklich das Zentrale, oder soll sie nicht vielmehr mit den Lernenden und sollen diese selbst untereinander über Mathematik kommunizieren?

Mit dem folgenden Beitrag möchten wir Überlegungen anstoßen, sich wieder verstärkt mit dem Klassengespräch und der Kommunikation unter den Lernenden auseinanderzusetzen, da dies einen Mehrwert für einen verstehensorientierten Unterricht verspricht.

Unterrichtsgespräch als Scheininteraktion zum Oberflächenwissen

In der Klasse 5a wird das sogenannte Stelleneinsdurchseins wiederholt. Bei entsprechenden Aufgaben sollen die Lernenden ihr Grundschulwissen aus dem Einmaleins bzw. Einsdurchseins nutzen, um *große Divisionsaufgaben* zu lösen. So kann das Ergebnis der Aufgabe $420 : 7$ aus dem kleinen Einsdurchseins abgeleitet werden. Dafür wird das Wissen über die Aufgabe $42 : 7 = 6$ genutzt, um das Ergebnis 60 zu ermitteln. Diesen strukturellen Zusammenhang zwischen den *großen* und *kleinen Divisionsaufgaben* versucht der Lehrer Herr Horvart in der folgenden Szene herauszustellen:

Herr Horvart: Ich erkläre euch heute einen Trick, wie ihr Divisionsaufgaben lösen könnt. Die Aufgabe $150 : 5$ zum Beispiel kann man gut mit einem Trick ausrechnen (*drei Kinder zeigen auf*). Wartet bitte, bis ich zu Ende erklärt habe, dann könnt ihr etwas sagen, okay? (*die Finger gehen wieder runter*). Also ich rechne jetzt nicht $150 : 5$, sondern $15 : 5$ (*deckt die Null der 150 mit der Hand ab*). Was kommt da raus? (*mehrere Kinder melden sich*) Lia.

$$150 : 5 =$$


Lia: 3

Herr Horvart: Gut, Lia. Ich schreibe hier jetzt die 3 hin. Und der Trick ist, dass ich die Null von der 150 einfach hinten dranschreibe (*notiert eine 30 beim Ergebnis und zeigt anschließend mit beiden Händen auf die beiden Nullen*). Wie könnt ihr jetzt $240 : 6$ mit diesem Trick rechnen? (*mehrere Kinder melden sich*) Murat.

$$150 : 5 = 30$$


Murat: 24 geteilt durch 6 ist 4. Dann die Null hinten dran, also 40.

Herr Horvart: Super! Ihr habt es verstanden, oder? Jetzt zeige ich euch noch einen Trick. Jetzt rechnen wir die Aufgabe $150 : 50$. Was kommt da wohl raus?

Lio: [*ruft in die Klasse*] 300!

Safia: [*ruft ebenfalls in die Klasse*] 30!

Herr Horvart: Nein. Es kommen nicht 300 oder 30 raus. Es kommt 3 raus, denn hier braucht ihr einen neuen Trick. In 150 ist eine Null und in 50 auch. Die Nullen fallen beim Dividieren dann einfach weg (*deckt beide Nullen mit den Händen ab*). Das Ergebnis ist 3.

Lio: [*flüstert*] Verstehe ich nicht.

Herr Horvart versucht sicherlich wohl gemeint, den Lernenden Tricks bzw. Rechenrezepte zu vermitteln. Diese bleiben allerdings oft eher unverstanden. Zudem gerät er in die Falle des trichternden, fragend-entwickelnden Unterrichts. Baumert (2002, S. 144) schreibt dazu: „Die Fragefolge der Lehrkraft zielt konvergent auf das Unterrichtsziel hin und ist damit in hohem Maße von den »richtigen« Antworten der Schüler abhängig.“ Diese Form der Gesprächsführung wird oftmals genutzt, um möglichst direkt ein bestimmtes Ziel zu erreichen, in Form eines Vortrags mit verteilten Rollen – nicht nur im Mathematikunterricht. Das mag auch der Grund dafür sein, dass Herr Horvart im obigen Beispiel die Ideen der Lernenden ignoriert, die sich zu Beginn der Szene gemeldet haben,

oder sie gar nicht erst wahrnimmt. Er hatte als Ziel vor Augen, die besagten Nullentricks zu vermitteln. Dabei ist er auf die fehlerhaften Antworten von Lio und Safia nicht eingegangen, obwohl diese durchaus hätten konstruktiv genutzt werden können. Warum kann das Ergebnis von $150 : 50$ weder 30 noch 300 sein? Das wäre auf dem Weg zu seiner Zielerreichung störend gewesen.

Zur Beantwortung sind andere Kommunikationsstrategien und -mittel erforderlich, denn mithilfe des neu gelernten „Nullentricks“ – Nullen wegstreichen und ggf. wieder dranhängen – können die Lernenden diese Fragen nicht beantworten. Unklar bleibt, WARUM im Fall von $150 : 5$ die Null erst abgehängt und dann beim Ergebnis wieder angehängt wird und WARUM beide Nullen bei $150 : 50$ wegfallen. Die Fehleranfälligkeit, die bei Lio und Safia sichtbar wird, zeigt, wie wenig verstehensorientiert der Nullentrick ist und dass hier lediglich Oberflächenwissen vermittelt wird. Damit sind Rechenrezepte gemeint, die auswendig gelernt und in der Regel auch schnell wieder vergessen oder mit anderen ähnlichen Tricks verwechselt werden. Das Memorieren und auch das Reaktivieren von Oberflächenwissen nehmen einen nicht unerheblichen Teil der Unterrichtszeit ein. Zudem bildet das Oberflächenwissen keine solide Grundlage für das Weiterlernen. Das zeigt sich, wenn die Lernenden in Klasse 6 beispielsweise die Division mit Dezimalzahlen lernen. Bei Aufgaben wie $1,5 : 0,5$ oder $1,5 : 0,05$ muss dann das nächste Rechenrezept vermittelt werden. Denn es werden nicht mehr Nullen abgehängt und ggf. wieder angehängt, sondern bei beiden Zahlen wird gleichmäßig so lange das Komma verschoben, bis natürliche Zahlen entstehen. Diese Regel lernen die Kinder als „Verschiebe-das-Komma-Trick“ kennen. So wird aus $1,5 : 0,5$ die Aufgabe $15 : 5$ und aus $1,5 : 0,05$ wird die Aufgabe $150 : 5$ (für die dann wiederum der Nullentrick angewendet werden kann). Die Lernenden bekommen damit weiteres Oberflächenwissen, welches nicht selten fehlerhaft angewendet wird, da es nicht auf Verständnis fußt. Diese Probleme nehmen in höheren Klassen aufgrund der wachsenden Stoffmenge unweigerlich zu. Stattdessen wäre eine tiefgehende Auseinandersetzung mit den Stellenwerten bedeutsam.

Fünf Prinzipien guten Mathematikunterrichts

Was kann also getan werden? Wie kann das Verstehen stärker in den Fokus gerückt werden, v. a. auch mit Blick auf Nachhaltigkeit? Dem Kommunizieren unter den Lernenden sowie *gemeinsam* mit der Lehrkraft kommt an dieser Stelle eine hohe Bedeutung zu (Götze 2007). Daher ist die Förderung der Kommunikation auch eines der fünf zentralen Prinzipien guten Mathematikunterrichts (Götze et al. 2025; Holzäpfel et al. 2024) im von der Kultusministerkonferenz (KMK) im Verbund mit 15 Bundesländern initiierten Programm ‚Unterrichts- und Fortbildungs-Qualität in Mathematik entwickeln‘ (QuaMath).

Ein erstes Ziel von QuaMath bestand darin, einen kohärenten Rahmen für Unterrichtsqualität im Mathematikunterricht zu entwickeln, der sich aus zentralen, praxisrelevanten, aber in der Anzahl überschaubaren Prinzipien zusammensetzt. Dieser kann sich nicht allein an normativen Zielsetzungen oder an den Ergebnissen der fachübergreifenden Unterrichtsqualitätsforschung orientieren (z. B. den Basisdimensionen, Klieme et al. 2009), sondern muss auch epistemologische – die Entstehung mathematischen Wissens – und pragmatische Perspektiven aus fachdidaktischer Sicht einbeziehen, damit die Prinzipien das Handeln von Lehrkräften produktiv leiten können. Unter Berücksichtigung dieser Perspektiven wurde ein Set von fünf Prinzipien guten Unterrichts herausgearbeitet (vgl. Abb. 1).

Im Projekt hat sich dieser überschaubare Kern aus fünf Prinzipien bewährt, um der oft beklagten Fragmentierung von Fortbildungsangeboten entgegenzuwirken. Sie bieten kein engmaschiges Schema (Welches Prinzip steht in meiner heutigen Mathematikstunde im Vordergrund?). Vielmehr stellt der Blick auf ihre Verknüpfung ein hilfreiches Gerüst zur Gestaltung qualitätsvollen Mathematikunterrichts und möglicherweise auch des Unterrichts in anderen Fächern dar, der sich die Erarbeitung von Tiefenverständnis zum Ziel setzt (vgl. Holzäpfel et al. 2024). In QuaMath verstehen wir unter Kommunikationsförderung daher nicht das trichternde, fragend-entwickelnde Lehrkraftgespräch, sondern den tiefenstrukturellen Austausch der Lernenden untereinander und gemeinsam mit der Lehrkraft über den Gegenstand. Derartige Kommunikation ist entscheidend, da Lernende



Abb. 1. Fünf Prinzipien guten Unterrichts (Götze et al. 2025; Holzäpfel et al. 2024)

in solchen Gesprächen angeregt werden, genauer über die Dinge nachzudenken, sie zu begründen oder zu widerlegen. Dadurch wird eine tiefere Verarbeitung des Wissens ermöglicht.

Das Kommunizieren über Mathematik muss allerdings erlernt werden (Götze 2007) – und das gilt für Lehrkräfte ebenso wie für Lernende. Hierfür müssen systematisch und kontinuierlich Lerngelegenheiten geschaffen werden. Dies wird im Folgenden am Beispiel des Stelleneinsdurchs näher erläutert und anschließend auf andere Lerninhalte in anderen Fächern übertragen.

Kommunikation fördern, um Verständnis langfristig zu fördern

Stellt sich eine Lehrkraft die Aufgabe, kommunikationsförderliche Strukturen (nicht nur) über das Stelleneinsdurchs im eigenen Unterricht aufzubauen, so muss sie für sich u. a. Folgendes in der Unterrichtsvorbereitung klären (in Anlehnung an Holzäpfel et al. 2024):

- Was sind die mathematischen Verstehensgrundlagen für den betreffenden Unterrichtsinhalt, und wie können die Lernenden angeregt werden, über diese Verstehensgrundlagen gemeinsam (mit der Lehrkraft) ins Gespräch zu kommen und dabei ihre unterschiedlichen Auffassungen und Perspektiven auszuhandeln? (Kommunikationsförderung und Verstehensorientierung)
- Durch welche langfristig tragfähigen Darstellungsmittel kann die Kommunikation über bestimmte Ideen, Konzepte und Strategien unterstützt werden? (Kommunikationsförderung und Durchgängigkeit)
- Wie ist das Gespräch vorzubereiten und zu moderieren, sodass der rote Faden transparent bleibt und alle Lernenden wirklich mitdenken können und in die Kommunikation eingebunden werden? (Kommunikationsförderung, Kognitive Aktivierung, Lernendenorientierung und Adaptivität)

Doch was bedeutet das im Detail? Wie sollte Herr Horvart also seine nächste Unterrichtsstunde im Sinne der Kommunikationsförderung planen? Um die Verstehensgrundlagen zu identifizieren, überlegt Herr Horvart zunächst, wie die Rechentricks im Stelleneinsdurchs fachlich zusammenhängen und wie sie anschaulich erklärt werden können. Dafür ist es zunächst bedeutsam, die Grundvorstellung zur Division als „passen in“ zu adressieren. So kann $150 : 5$ verstehensorientiert gedeutet werden als: „Wie viele Fünfer passen in 150?“ Ebenso kann $150 : 50$ als: „Wie viele Fünfziger passen in 150?“ beschrieben werden. Diese Fragen lassen sich besonders gut am Rechenstrich als Darstellungsmittel illustrieren, z. B. indem die Frage geklärt wird, warum $150 : 5$ gleich 30, aber $150 : 50$ gleich 3 ist (vgl. Selter et al. 2025). Um 150 in Fünfer-Sprüngen zu erreichen, sind 30 Sprünge nötig, um 150 in Fünfziger-Sprüngen zu erreichen, sind es hingegen nur 3 (vgl. Abb. 2).

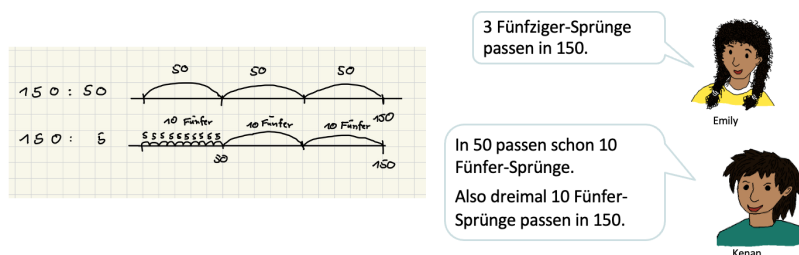


Abb. 2. Das Stelleneinsdurchs mit Hilfe des Rechenstrichs verstehen können

In Verstehensprozessen spielt die Sprache, die eng mit den Darstellungsmitteln verknüpft ist, eine zentrale Rolle. In diesem Fall ist es die Sprache rund um das Operieren am Rechenstrich. Diese wird als bedeutungsbezogene Denksprache bezeichnet (Prediger & Vogel 2024), denn in gemeinsamen mathematischen Gesprächen hat sie eine Funktion als Denkwerkzeug. So ermöglicht die bedeutungsbezogene Denksprache „Drei Fünfziger-Sprünge passen in 150“ die mathematische Durchdringung des Gesagten. In Verbindung mit der anschaulichen Darstellung am Rechenstrich wird ein tiefes Verständnis ermöglicht (Kommunikationsförderung, kognitive Aktivierung und Verstehensorientierung). Zudem erlauben die anschaulichen Darstellungen am Rechenstrich, dass Lernende, die das Gesagte noch nicht verstehen, nicht abgehängt werden.

Herr Horvart plant daher, die Darstellungen am Rechenstrich nicht nur einmal gemeinsam zu erklären. Vielmehr überlegt er, wie er weitere Lernende aktiv in das Gespräch einbinden kann. Er denkt sich Rückfragen aus, die möglichst alle Lernenden kognitiv aktivieren und zum aktiven Mitdenken auffordern: „Wieso passen die Aufgaben zu den Zeichnungen am Rechenstrich?“, „Wo seht ihr die Fünfziger-Sprünge am Rechenstrich? Wo seht ihr,

dass drei Fünfziger-Sprünge in 150 passen?“ „Was unterscheidet die beiden Rechnungen? Nutze die beiden Rechenstriche für deine Überlegungen.“ oder auch „Erkläre und zeichne ebenso die Lösungen von $240 : 6$ und $240 : 60$.“ Auch Zeigegesten plant er gezielt ein, um Lernende mit sprachlichen Herausforderungen zu unterstützen, sich an diesen Gesprächen zu beteiligen (Kommunikationsförderung, Kognitive Aktivierung und Lernen-orientierung & Adaptivität). Derartige verstehensorientierte Gespräche über Divisionsaufgaben, die durch anschauliche Darstellungen am Rechenstrich gestützt werden, sind auch auf andere Inhalte übertragbar und somit langfristig hilfreich (Kommunikationsförderung und Durchgängigkeit). So kann beispielsweise die Division von Dezimalzahlen in ähnlicher Weise erklärt und am Rechenstrich veranschaulicht werden: „Wie viele 0,5er-Sprünge passen in 1,5? Das sind 3.“ oder auch „Wie viele 0,05er-Sprünge passen in 1,5? Bis 0,5 sind es schon 10. Bis 1,5 dann also 30.“ So kann Herr Horvart in Klasse 6 sowohl auf durchgängige Darstellungen am Rechenstrich als auch auf die gleiche bedeutungsbezogene Denksprache zurückgreifen.

Fazit: Kommunikationsförderung im Fachunterricht

Die eingangs dargelegten Fallstricke des weit verbreiteten trichternden, fragend-entwickelnden Unterrichts betreffen nicht nur den Mathematikunterricht. Auch in anderen Fächern dominiert „ein zähes Kleinarbeiten des Problems und ein mehr oder minder gewaltsames Ausfüllen des Tafelbildes durch mühsam herbeigeführte Schülerantworten“ (Baumert 2002, S. 146), anstatt die Lernenden zu einem vertieften Nachdenken anzuregen. Wird hingegen echte Beteiligung der Lernenden gefördert, so „gewinnt die Lehrkraft jenen Spielraum, der für eine gute Diagnostik, für die Sichtung alternativer Lösungen, die Entdeckung produktiver Fehler und besonders intelligenter Beiträge sowie die Vorbereitung eines Unterrichtsgesprächs, das von geordneten Schülerbeiträgen ausgeht, notwendig ist“ (Baumert 2002, S. 146). Es kommt auf die Lehrkraft an, auf die Impulse, die sie setzt, und darauf, inwiefern es ihr gelingt, durch gezielte Moderation eine Kommunikation mit Lernenden anzuregen, die in die Tiefe geht.

Dank. Der Artikel ist entstanden im Namen des QuaMath-Projekts, finanziert durch die Kultusministerkonferenz der Länder.

Literatur

- Baumert, J. (2002). Deutschland im internationalen Bildungsvergleich. In N. Killius, J. Kluge, & L. Reisch (Hrsg.), *Die Zukunft der Bildung* (S. 100–150). Suhrkamp.
- Götze, D. (2007). *Mathematische Gespräche unter Kindern. Zum Einfluss sozialer Interaktion von Grundschulkindern beim Lösen komplexer Aufgaben*. Franzbecker. <https://www.danielagoetze.de/veroeffentlichungen> (Abruf am 02.06.2025)
- Götze, D., Selter, C., Prediger, S., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., Eichholz, L., & Wilhelm, N. (2025). *Fünf Prinzipien guten Mathematikunterrichts*. DZLM. quamath.de/node/10097 (Abruf am 02.06.2025).
- Holzäpfel, L., Prediger, S., Götze, D., Rösken-Winter, B., & Selter, C. (2024). Qualitätsvoll Mathematik unterrichten: Fünf Prinzipien. *Mathematik Lehren*, 242, S. 2–9. quamath.de/dokumente/praxispublikation/142 (Abruf am 02.05.2025)
- Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (2009). The Pythagoras Study. In T. Janík & T. Seidel (Hrsg.), *The power of video studies in investigating teaching and learning in the classroom* (S. 137–160). Waxmann.
- Prediger, S. & Vogel, A. (2024). Sprachbildung für Verständnisaufbau in allen Fächern: Bedeutungsbezogene Denksprache zum Beschreiben fachlicher Strukturen. *MNU Journal*, 77(4), 314–321. http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/veroeff/24-MNU-Sprache-im-Fach-Prediger-Vogel_Original.pdf (Abruf am 02.06.2025)
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2025). *Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen* (2. Auflage). Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n6 (Abruf am 02.06.2025).

Autorinnen und Autoren

Daniela Götze ist Professorin für Didaktik der Mathematik in der Primarstufe an der TU Dortmund.

E-Mail: daniela.goetze@tu-dortmund.de

Lars Holzäpfel ist Professor für Didaktik der Mathematik in der Sekundarstufe an der PH Freiburg.

Bettina Rösken-Winter ist Professorin für Didaktik der Mathematik in der Primarstufe an der Universität Münster.

Susanne Prediger ist Professorin für Mathematikdidaktik und fachbezogene Transferforschung an der TU Dortmund und am IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.

Christoph Selter ist Professor für Didaktik der Mathematik in der Primarstufe an der TU Dortmund.