

Digitale Medien fachdidaktisch treffsicher einsetzen lernen: Praktikenbezogener Rahmen und Design von Fortbildungsaktivitäten

Anke Wischgoll¹, Susanne Prediger^{1,2}, Katrin Gruhn¹, David Bednorz², Ulrich Kortenkamp³, Marcus Röhming³, Johanna Scharlau¹, Daniel Sommerhoff², Elise Stroetmann³, Daniel Walter¹

¹ TU Dortmund, ² IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik, Kiel / Berlin, ³ Universität Potsdam

Quelle: Wischgoll, A., Prediger, S., Gruhn, K., Bednorz, D., Kortenkamp, U., Röhming, M., Scharlau, J., Sommerhoff, D., Stroetmann, E., & Walter, D. (2026). Digitale Medien fachdidaktisch treffsicher einsetzen lernen: Praktikenbezogener Rahmen und Design von Fortbildungsaktivitäten. In K. Scheiter, D. Richter, D. Pittich, & L. Halbrock (Eds.), *Professionelles Handeln in einer Kultur der Digitalität. Ergebnisse aus dem Kompetenzzentrum MINT* (pp. 169–184). Waxmann. <https://doi.org/10.31244/9783818851507>

Abstract: Im Diskurs um Technological Pedagogical Content Knowledge (TPCK) von Lehrkräften aller Fächer wird der fachdidaktisch treffsichere Einsatz digitaler Medien für fachliches Lernen als zentrale Kompetenz diskutiert. Daher ist er wichtiges Ziel von digitalisierungsbezogenen Fortbildungen. Im Beitrag wird ein fortbildungscurricularer praktikenbezogener Rahmen vorgestellt, der dieses Ziel am Beispiel digital gestützten Mathematikunterrichts genauer spezifiziert, und Designs für zielgerichtete Fortbildungsaktivitäten exemplarisch vorstellt. Der Rahmen umfasst fünf typische didaktische Anforderungssituationen, zu deren Bewältigung beispielhaft jeweils unterrichtliche Praktiken im Fortbildungskontext thematisiert werden, die sich an fünf Qualitätsmerkmalen ausrichten.

Schlagwörter: Technological Pedagogical Content Knowledge, Anforderungssituationen, Qualitätsmerkmale, Fortbildungsaktivitäten, Mathematikdidaktik

1. Einleitung: Spezifizierungsbedarf für Fortbildungsziel des fachdidaktisch treffsicheren Einsatzes digitaler Medien

Digitale Medien haben für den Fachunterricht viele fachdidaktische Potenziale. Allerdings hängt die Lernwirksamkeit von ihrer zweckmäßigen Integration in den Unterricht ab (Barzel et al., 2024; Scheiter, 2021). Daher ist der *fachdidaktisch treffsichere Einsatz digitaler Medien* das zentrale Ziel der Fortbildungen, die im Cluster Mathematik des Projekts DigiProMIN (*Digitalisierungsbezogene und digital gestützte Professionalisierung von MIN-Lehrkräften*) entwickelt und erforscht wurden.

Einigkeit besteht, dass der fachdidaktisch treffsichere Einsatz digitaler Medien bei Lehrkräften nicht nur fachliches Wissen (content knowledge CK) und technologisches Wissen (technological knowledge TK) erfordert, sondern auch eine spezifische Form technologiebezogenen fachdidaktischen Wissens erfordert, die als Technological Pedagogical Content Knowledge (TPCK im TPACK-Modell von Mishra & Koehler, 2006) bezeichnet wird. Für die zielgerichtete Gestaltung von Fortbildungen müssen dieses übergreifende Ziel und seine zugrundeliegenden Komponenten des TPCK jedoch sehr viel genauer spezifiziert werden (von Sobbe et al., 2025; Voogt et al., 2013). Denn sie werden bislang selten genauer ausgeführt (Kadluba et al., 2025) und Fortbildungsaktivitäten dazu selten im Detail vorgestellt, so dass der wissenschaftliche Diskurs über Fortbildungsdesigns oft auf hoher Aggregierungsstufe bleibt (Kadluba et al., 2025; Thurm et al., 2024).

In diesem Beitrag wird ein fortbildungscurricularer, praktikenbezogener Rahmen (Prediger et al., eingereicht) auf den *fachdidaktisch treffsicheren Einsatz digitaler Medien* übertragen. Mit diesem werden TPCK-basierte Kompetenzen entlang von fachdidaktischen Qualitätsmerkmalen und produktiven Praktiken für fünf typische unterrichtliche Anforderungssituationen ausdifferenziert (Bass & Forzani,

2009; Grossman et al., 2009). Im zweiten Kapitel wird der Rahmen vorgestellt, der für das Projekt DigiProMin im Cluster Mathematik zur Gestaltung von Fortbildungen gewählt wurde. Im dritten Kapitel wird an Beispielen aufgezeigt, wie dieser Rahmen das Design von zielgerichteten Fortbildungsaktivitäten leitet.

2. Rahmen für das Spezifizieren von Fortbildungszielen zum fachdidaktisch treffsicheren Einsatz digitaler Medien

2.1 Kohärente Prinzipien für Unterrichtsqualität als übergreifender Rahmen

Ein effektiver Einsatz von digitalen Medien sollte sich an der gängigen Forschung zur Unterrichtsqualität ausrichten (Klieme et al., 2006): Während *Klassenmanagement* fachübergreifenden Prinzipien folgt, lohnt sich für die Basisdimensionen *Kognitive Aktivierung* und *Lernendenunterstützung* eine fachdidaktische Ausdifferenzierung. Unter Rückgriff auf normative, epistemologische, empirische und pragmatische Perspektiven wurden die zwei Basisdimensionen für das QuaMath-Programm in fünf Prinzipien qualitätsvollen Unterrichts fachdidaktisch ausdifferenziert (Prediger et al., 2022; Holzäpfel et al., 2024):

- *Verstehensorientierung*: Konzepte, Strategien und Verfahren grundlegen
- *Lernenden-Orientierung & Adaptivität*: Lernstände aufgreifen
- *Kognitive Aktivierung*: Konstruktive Lernprozesse anregen
- *Kommunikationsförderung*: Über das Fach sprechen
- *Durchgängigkeit*: Langfristiges Lernen ermöglichen mit durchgängigen Inhalten

Die Prinzipien bilden den Rahmen für das im DigiProMIN-Mathematik-Cluster entwickelte Fortbildungsmodul. Abbildung 1 zeigt den Aufbau des Moduls, das in unterschiedlichen Konstellationen eingesetzt werden kann und als Fortbildungsmaterial für die Hand von Fortbildenden realisiert wurde. Das Modul beginnt mit einem dreistündigen Einstiegsbaustein und kann dann durch unterschiedliche Themenbausteine weitergeführt werden, die jeweils um eine Unterrichtserprobung herum organisiert sind und ebenfalls je circa drei Stunden umfassen.

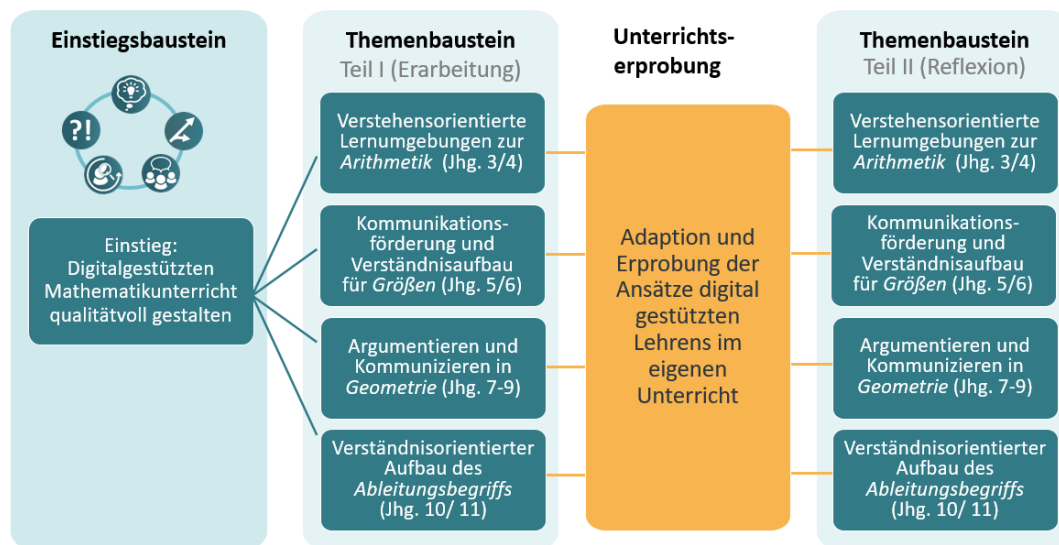


Abb. 1: Struktur des DigiProMIN-Mathematik-Moduls mit alternativen Themenbausteinen

Die oben genannten Prinzipien werden in einem Einstiegsbaustein eingeführt und in den darauffolgenden Themenbausteinen durchgängig genutzt. In den vier wahlweise oder konsekutiv nutzbaren Themenbausteinen wird an konkreten Ansätzen digital gestützten Lehrens für verschiedene mathematische Themen und Jahrgänge gearbeitet, zu denen jeweils eine Unterrichtserprobung vor- und nachbereitet wird. Die gewonnenen Erfahrungen an konkreten, aber exemplarischen, digitalen Unterrichtsmaterialien und -inhalten können im Anschluss im Lichte der Prinzipien auf weitere Ansätze zu digitalgestütztem Lernen transferiert werden.

Die Materialien des Fortbildungsmoduls werden als Open Educational Resources auf der Seite des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik (<https://www.dzlm.de/angebote/angebote-fortbildungsmaterial>) sowie auf der Plattform ComPLeTT (<https://complett.bildungsserver.de>) für Fortbildende zugänglich gemacht. Sie bestehen aus verschiedenen digitalen Unterrichtsmaterialien für die Erprobung sowie Arbeitsblätter, Videos, und kommentierten Folien für die Fortbildung, die durch einen Steckbrief in ihren Zusammenhängen erläutert werden. Im Rahmen dieser äußeren Baustein-Struktur mit Unterrichtserprobung bilden die konkreten Fortbildungsaktivitäten die innere Struktur, die in den folgenden Abschnitten vorgestellt werden.

2.2 Ausrichtung an Anforderungssituationen zur Spezifizierung von Fortbildungszielen: QuaMath-5x5-Rahmen für Anforderungssituationen und Prinzipien

In der internationalen Professionalisierungsforschung wurden in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Gestaltungskriterien für effektive Fortbildungen identifiziert (Garet et al., 2001; Lipowsky & Rjezak, 2021; Sims et al., 2025; Yoon et al., 2007). Ein zentrales Kriterium ist die möglichst konkrete *Ausrichtung an typischen unterrichtlichen Anforderungssituationen* und *Praktiken* zu ihrer Bewältigung (Desimone et al., 2002; Lipowsky & Rjezak, 2021). Im *praktikenbezogenen* („*practice-based*“ nach Ball & Cohen, 1999, S. 6) *Diskurs* über zentrale Lernziele für die Lehrkräfteaus- und -fortbildung werden dabei Kernpraktiken als diejenigen Praktiken herausgearbeitet, die mit den wichtigsten pädagogischen und fachdidaktischen Anforderungssituationen verbunden sind und daher in der Aus- und Fortbildung explizit fokussiert werden sollten (Ball & Forzani, 2009; Grossman et al., 2018). Als Kernpraktiken sollen solche ausgewählt werden, die *produktiv* sind, d. h. empirisch nachweisbar die Lerngelegenheiten von Kindern und Jugendlichen vertiefen (Ball & Forzani, 2009).

Genauer lassen sich Praktiken als wiederkehrende Handlungsmuster von professionellen „Communities of Practice“ konzeptualisieren (Putnam & Borko, 2000), die zur Bewältigung bestimmter Anforderungssituationen eingesetzt werden können (Shure et al., 2025). Die Handlungsmuster werden nicht nur durch sichtbare Äußerungen und Handlungen mit didaktischen *Werkzeugen* charakterisiert, sondern auch durch zugrundeliegende *Orientierungen* als themenbezogene Überzeugungen und Haltungen (Schoenfeld, 2010) sowie pädagogische und fachdidaktische Wissens Elemente, die als *Denk- und Wahrnehmungskategorien* implizit oder explizit aktiviert werden (Bromme, 1992; Prediger, 2019). Produktive Praktiken von Experten-Lehrkräften sind oft geprägt von stabilen und konsistenten Orientierungen sowie ausdifferenzierten und vernetzten Denk- und Wahrnehmungskategorien (Lachner et al., 2016; Prediger, 2019). Daher können Praktiken nicht als isolierter Umgang mit neuen didaktischen (z. B. digitalen) Werkzeugen vermittelt werden, sondern stets im Zusammenhang mit den zugrundeliegenden Denk- und Wahrnehmungskategorien und Orientierungen (Prediger et al., eingereicht; Schoenfeld, 2010).

Für die Spezifizierung von digitalisierungsbezogenen Kompetenzen von Lehrkräften hat der Europäische Referenzrahmen DigCompEdu (Redecker, 2017) sechs Anforderungssituationen für digital gestütztes Unterrichten und Erziehen identifiziert, darunter z.B. *Professional Engagement* und *Assessment*. Der hier fokussierte fachdidaktisch treffsichere Einsatz digitaler Medien für fachliches Lernen

ordnet sich ein in die DigCompEdu-Bereiche *Teaching* („Managing and orchestrating the use of digital technologies in teaching and learning“) und *Empowering Learners* („Using digital technologies to enhance inclusion, personalisation and learners’ active engagement“, Redecker, 2017, S. 4). Jedoch ist das Aggregierungsniveau der Anforderungssituationen des DigCompEdu hoch. Für eine konkrete Nutzung in (der Planung von) Fortbildungen ist eine tiefere fachdidaktische Ausdifferenzierung notwendig, um das fachdidaktisch relevante Unterrichtshandeln konkreter zu fassen.

Im Rahmen des Fortbildungsprogramms *QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln* wurden daher fünf Anforderungssituationen als fachdidaktische Ausdifferenzierungen spezifiziert (Prediger et al., eingereicht), die sich international in vielen praktikenbezogenen Fortbildungen als relevant erwiesen haben (Shure et al., 2025). Im Kontext des Unterrichtens mit digitalen Medien beschreiben wir die Anforderungssituationen folgendermaßen:

- *Lernziele setzen und Lernpfade konzipieren*, dazu gehören z. B. Unterteilen eines übergeordneten Lernziels in Teillernziele, Erfassen entsprechender Grundvorstellungen und Strategien, diagnosegeleitetes Festlegen nächster Lernziele für Lernende und das Sequenzieren mehrerer Lernziele in intendierten Lernpfaden (Morris et al., 2009; Siemon, 2019).
- *Aufgaben und Medien auswählen & adaptieren*, dazu gehören z. B. Auswählen von Medien oder Einbetten dieser in geeignete Aufgaben, Analysieren von digitalen Medien / Lernumgebungs-Teilen im Hinblick auf die geforderten kognitiven Aktivitäten und die zuvor festgelegten Teillernziele, Erweiterung von digitalen Lerngelegenheiten um geeignete Scaffolds (Bardy et al., 2021; Roth, 2022).
- *Lernstände und -prozesse diagnostizieren und beurteilen*, dazu gehören z. B. neben Ausbringen und Auswerten von Standortbestimmungen oder Klassenarbeiten (auch im Sinne datengestützten Unterrichts) auch diagnostisch angelegt Lernaktivitäten in digitalen Medien, spontanes Diagnostizieren im Unterrichtsgespräch sowie Lernprozessanalysen in digitalen Umgebungen (Fuchs et al., 2025)
- *Lernprozesse unterstützen und fördern*, dabei beziehen sich Unterstützungspraktiken auf Hilfen zum Überwinden oder Reduzieren von Hürden (z.B. gezielte Formulierungs- oder Strukturierungshilfen; Prediger & Buró, 2021), während Förderpraktiken auf Lernfortschritte bei den Lernenden (z. B. durch Impulse für den nächsten Lernschritt) abzielen.
- *Gemeinsame Gespräche moderieren*, dazu gehört z. B. Initiieren von Dialogen unter Lernenden zu relevanten mathematischen Lernzielen (ggf. digital gestützt), Elizitieren von Ideen oder Verknüpfen und Weiterentwickeln von Beiträgen der Lernenden in Systematisierungsgesprächen nach digital gestützten Erkundungen (Borko et al., 2021).

Für jede dieser fünf Anforderungssituationen gibt es eine Vielzahl von Praktiken (auch beim Einsatz digitaler Medien). Die Praktiken können *produktiv* ausgestaltet werden, indem sie sich an den oben aufgeführten Prinzipien für Unterrichtsqualität ausrichten. Zum einen werden Unterrichtsqualitätsdimensionen häufig als Kriterien für die *externe* Beurteilung von Unterricht verwendet (Klieme et al., 2006), zum anderen dienen sie in praktikenbezogenen Fortbildungsdesigns auch als *interne* Qualitätsmaßstäbe, die Lehrkräfte in ihren Praktiken als *handlungsleitende Prinzipien* implizit oder explizit heranziehen. Dies gilt auch für praktikenbezogene Fortbildungsdesigns zu digitalen Medien. Wer in der Anforderungssituation *Aufgaben und Medien auswählen und adaptieren* den Qualitätsmaßstab der *Kognitiven Aktivierung* zugrunde legt, wird die Potenziale digitaler Medien eingehend in Hinblick auf das Initiieren und Unterstützen reichhaltiger kognitiver Aktivitäten analysieren. Dies führt (idealerweise) dazu, dass mehr reichhaltige kognitive Aktivitäten gefördert werden.

Produktive Praktiken erfordern jedoch nicht nur die Orientierung an den gegenstandsübergreifenden Prinzipien. Sie werden in einer spezifischen Situation und in Bezug auf spezifische Lerngegenstände

nur dann *fachdidaktisch treffsicher* umgesetzt, wenn sie tatsächlich am Lernstand der Lernenden ansetzen und jeweils zielgerichtet die gesetzten fachlichen Lernziele realisieren.

Abbildung 2 zeigt den so aufgespannten 5x5-QuaMath-Rahmen, in dem sich produktive Praktiken (in den Zellen) jeweils als Handlungsmuster zur Bewältigung einer Anforderungssituation (Zeilen) im Hinblick auf eines oder mehrere der Prinzipien (Spalten) beschreiben lassen. Einzelne Praktiken können auch mehrere Zellen umspannen und sind hier exemplarisch den im Rahmen des Clusters entwickelten Fortbildungen entnommen.

Kohärenter QuaMath-5x5-Rahmen: 5 Prinzipien für 5 Anforderungssituationen und viele Praktiken

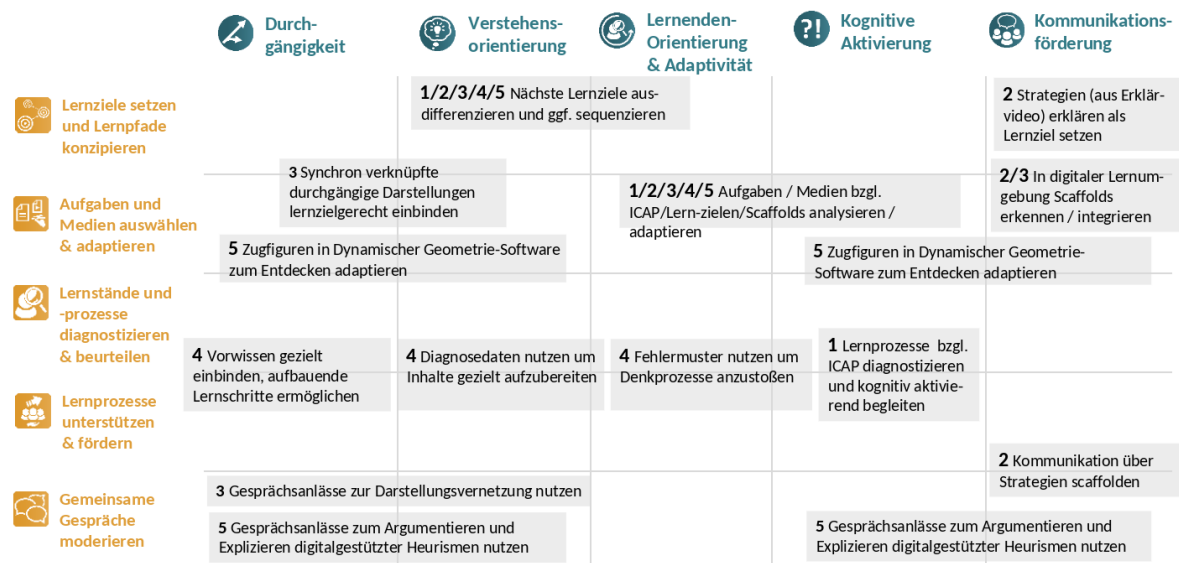


Abb. 2: QuaMath-5x5-Rahmen von fünf Anforderungssituationen und fünf Prinzipien zur Spezifizierung produktiver Praktiken als Fortbildungsziele in den Zellen der Matrix
(Nummern der Beispiel-Praktiken beziehen sich auf spätere Beispiele in Abschnitt 3.1, 3.2 usw.)

Durch die Kombination der fünf Anforderungssituationen mit den fünf Prinzipien ergibt sich ein 5x5-Rahmen für die Planung, Durchführung und Reflexion von Fortbildungen in Hinblick auf möglichst ausdifferenzierte Fortbildungsziele (Prediger et al., eingereicht). Dabei werden für jede Fortbildung ohne Anspruch auf Vollständigkeit jeweils einige Prinzipien und Anforderungssituationen als Fortbildungsziele ausgewählt und entsprechend gestaltet, um für diese produktive und insbesondere fachdidaktische treffsichere Praktiken zu thematisieren, wie im Folgenden an Beispielpraktiken erläutert wird.

3. Design zielgerichteter Fortbildungsaktivitäten: Beispiele aus DigiProMIN-Bausteinen

Im praktikenbezogenen Ansatz von Grossman et al. (2018) werden produktive Praktiken zu verschiedenen Anforderungssituationen in reichhaltigen Fortbildungsaktivitäten erarbeitet, indem orientierende Prinzipien sowie Denk- und Wahrnehmungskategorien mit konkreten unterrichtlichen Handlungsoptionen *repräsentiert, analysiert und approximiert* werden. Dazu werden im Folgenden Beispiele aus den DigiProMIN-Mathematik-Fortbildungsbausteinen vorgestellt.

3.1 ICAP als Denk- und Wahrnehmungskategorien für kognitiv aktivierende Praktiken

Das Prinzip *Kognitive Aktivierung* ist als Qualitätsmaßstab für den Einsatz digitaler Medien entscheidend (Barzel et al., 2024; Chi & Wylie, 2014): Lernende sollen im Umgang mit digitalen Medien nicht nur handelnd aktiv werden können (“hands on”), sondern zur intensiven kognitiven Auseinandersetzung angeregt werden (“minds on”). Damit Lehrkräfte ihre unterrichtlichen Handlungsoptionen und deren Wirkungen für Lernprozesse treffsicher analysieren, werden im Einstiegsbaustein der DigiProMIN-Fortbildung die vier forschungsbasierte Kategorien ICAP eingeführt, mit denen Lernaktivitäten nach dem Grad der Kognitiven Aktivierung unterschieden werden können (Chi & Wylie, 2014): Wiederholt wurde empirisch nachgewiesen, dass interaktive (I) und konstruktive (C) Lernaktivitäten stärker zum Lernzuwachs beitragen als handelnd aktive (A) und rezeptiv passive (P) Lernaktivitäten (Chi et al., 2018; Metastudie von Sailer et al., 2024). Dabei zeigte sich in Fortbildungen, dass Lehrkräfte mithilfe der ICAP-Kategorien insbesondere *handelnd aktive* von *konstruktiven* Lernendenaktivitäten besser unterschieden, aber die eigene Konstruktion von *konstruktiven* oder *interaktiven* Aufgaben herausfordernd blieb (Chi et al., 2018).

ICAP-Kategorien zum Denken und Wahrnehmen für kognitiv aktivierende Praktiken

Aufgaben und Medien auswählen & adaptieren

Produktive Praktik: Aufgaben zu App und Erklärvideo analysieren

Einbettung der Fortbildungsaktivität:
Induktive Einführung der ICAP-Kategorien ausgehend von Einschätzungen der Lehrkräfte

Lernstände und -prozesse diagnostizieren & beurteilen

Lernprozesse unterstützen & fördern

Praktik: Lernprozesse mit ICAP-Kategorien beobachten und kognitiv aktivierend begleiten

Einbettung der Fortbildungsaktivität:
Anwendung der ICAP-Kategorien für andere Anforderungssituationen
Impulse für Lernbegleitung aus Video extrahieren

Kognitiv aktivieren mit digitalen Medien: Worauf kommt es an?

Vier mögliche Aufgaben für Klasse 4/5

1 Im Erklärvideo siehst du, wie man die Aufgabe 499+363 legen kann. Lege sie genau so nach.

2 Im Erklärvideo siehst du, wie man die Aufgabe 499+363 legen kann. Kennst du noch einen geschickteren Weg?

3 Legt die Aufgabe 499+363 in der App »Rechenfeld«. Dann vergleicht zu zweit Eure Wege und diskutiert, welcher Weg geschickter ist.

4 Wie kann man Plättchen in der App »Rechenfeld« legen? Sieh dir dazu ein Erklärvideo an.

Analyseauftrag für Lehrkräfte
 Bei welchen Aufgaben werden die Lernenden eher stark kognitiv aktiviert – bei welchen weniger?

App »Rechenfeld« entwickelt von Chi, Urff. (<https://lernsoftware-mathematik.de>)

Lernprozesse beobachten und begleiten

Auftrag zum Diagnostizieren und Unterstützen:
Analysieren Sie im Video bei den 2. Lernenden:

- Wer vollzieht wann passive, aktive, konstruktive oder sogar interaktive Lernendenaktivitäten?
- Durch welche Impulse unterstützt die Lehrkraft die kognitive Aktivierung, durch welche mindert sie sie?

I

C

A

P

Interaktiv-kommunikativ: Lernmaterial wird mit Vorwissen verknüpft, neue Ideen generiert und Beiträge anderer integriert

Konstruktiv: Lernmaterial wird mit Vorwissen verknüpft und neue Ideen generiert

Aktiv handelnd: Medien werden manipuliert, Inhalte reproduziert oder organisiert

Passiv: Inhalte werden rezipiert

(Chi & Wylie, 2014)

So erkennt man kognitiv aktivierende Aufgaben

ICAP-Kategorien (Chi & Wylie, 2014)

- Je stärker die Lernenden konstruktiv oder interaktiv tätig werden, desto intensiver können sie lernen
- Vier Kategorien von Lernaktivitäten mit steigender kognitiver Aktivierung:

3 Legt selbst... Dann vergleicht zu zweit Eure Wege und diskutiert, welcher geschickter ist.

2 Im Erklärvideo siehst du... Kennst du noch einen geschickteren Weg?

1 Im Erklärvideo siehst du... Lege sie genau so nach.

4 Sieh dir dazu ein Erklärvideo an.

I

C

A

P

Interaktiv-kommunikativ: Lernmaterial wird mit Vorwissen verknüpft, neue Ideen generiert und Beiträge anderer integriert

Konstruktiv: Lernmaterial wird mit Vorwissen verknüpft und neue Ideen generiert

Aktiv handelnd: Medien werden manipuliert, Inhalte reproduziert oder organisiert

Passiv: Inhalte werden rezipiert

Hohe kognitive Aktivierung

Geringe kognitive Aktivierung

Abb. 3: Fortbildungsaktivitäten in drei Anforderungssituationen zu kognitiv aktivierenden Praktiken mit ICAP-Kategorien aus dem DigiProMIN-Mathematik-Einstiegsbaustein

6

Abbildung 3 (oben) zeigt die zur induktiven Einführung genutzte Fortbildungsaktivität zur Anforderungssituation *Aufgaben auswählen* und die sich anschließenden Erläuterungen der ICAP-Kategorien. Nach der Einführung werden die ICAP-Kategorien schließlich genutzt zum kategoriengeleiteten *Diagnostizieren* und *Unterstützen*: Dazu werden mögliche Impulse einer kognitiv aktivierenden Lernbegleitung in einem Video repräsentiert und daraus *analysierend* herausgearbeitet und später in eigenen Unterrichtserprobungen *approximiert* (Abb. 3 unten).

3.2 Scaffolds für kommunikationsförderliche Unterstützungs- und Gesprächsführungspraktiken

Lernziele setzen und Lernpfade konzipieren

Produktive Praktik: Fachliche und sprachliche Lernziele setzen und im Lernpfad anordnen

Einordnung der Folie in Fortbildungsaktivität: Lehrkräfte suchen zunächst selbst Schätzstrategien für das Gewicht des Apfels (s.u.) und schreiben Erläuterungen ihrer Schätzstrategien, dann werden Lernziele systematisiert auf Folie (rechts)

Um welche fachlichen und sprachlichen Lernziele geht es beim Schätzen von Gewichten?

Vier Schätzstrategien für Gewichte

Strategie	Strategie	Strategie	Strategie
Direkt Vergleichen	Eingrenzen	Vieles nehmen	Teil nehmen
Ich teile ein Merkmal, das genau so schwer ist. Der Apfel wiegt so viel wie die Schokolade, also etwa 100 g.	Nikola hat schwerer Apfel, der Apfel ist schwerer als das Ei, also wiegt er zwischen 500 g und 50 g.	Zwei Eier sind so schwer wie ein Apfel, also wiegt der Apfel das Doppelte von 50 g.	Halbe Butter wiegt so viel wie der Apfel, also etwa 250 g; $2 \cdot 250 = 500$ g.
500 g = Gewicht des Apfels = 50 g			
Eine Packung Nudeln (1 kg) Eine Packung Zucker (500 g) Eine Packung Butter (250 g) Eine Tablette Schokolade (500 g) Ein Ei (50 g) Ein Block Butter (500 g)			

Lernprozesse unterstützen & fördern

Aufgaben und Medien auswählen & adaptieren

Produktive Praktiken: Mögliche Hürden antizipieren und Scaffolds („Gerüste“) einfügen
Bestehende digitale Lernumgebung bzgl. Scaffolds hin analysieren, dabei auch sprachliche Lernziele fokussieren

Einordnung der Folien in Fortbildungsaktivität: Lehrkräfte antizipieren selbst Hürden (obere Folie: Auftrag 1/2), nach Zwischensicherung der Hürden analysieren sie divomath-Lehr-Lern-Umgebung bzgl. Gerüsten (Auftrag 3, Ergebnis untere Folie)
Sprachliche Lernziele werden durch diskursive und lexikalische Scaffolds gefördert (Gesprächsstrukturgerüst, Satzgerüste)

Unterstützende Gerüste für Hürden in einer kommunikationsförderlichen Lehr-Lern-Umgebung

Erarbeiten	Systematisieren und Sichern
Methode Think Aufgabe Wie kannst du das Gewicht des Apfels schätzen? Schätze auf mehreren Wegen. Erläutere deine Schätz-Wege.	Pair Strategiekonferenzen zum Austausch über Schätzwege und -strategien Share Systematisierungs-Gespräch im Plenum
Diskussion in Lehrkräfte-Kleingruppen - Welche Hürden könnten in dieser offenen Lernumgebung für einige Lernende auftauchen? - Mit welchen Gerüsten könnten wir so unterstützen, dass Lernende die Hürden überwinden können? - Analysieren Sie nun die digitale divomath-Lehr-Lern-Umgebung: Welche Gerüste werden wo angeboten? Welche Gerüste würden Sie noch hinzufügen, welche wegnehmen?	

Gemeinsame Gespräche moderieren

Produktive Praktik: Erläuterungen der Kinder einfordern und durch aktive Nutzung der Gerüste unterstützen

Einordnung der Folie in Fortbildungsaktivität: Produktive Gesprächsführung im Video repräsentiert, dann analysiert und später in eigener Unterrichtserprobung approximiert

Moderieren des systematisierenden Plenums: Worauf kommt es an?

Gemeinsame Gespräche moderieren

Analyse der Moderation in sechsminütiger Videoszene:

- Wie moderiert der Lehrer das Gespräch?
- Welche Impulse gibt der Lehrer? Schreiben Sie die interessantesten Impulse kurz auf.
- Was fordert er damit ein oder unterstützt er damit?
- Welche weiteren Impulse und Gerüste würden Sie nutzen?

Abb. 4: Fortbildungsaktivitäten in vier Anforderungssituationen zu kommunikationsförderlichen Praktiken aus DigiProMIN-Themenbaustein „Digital gestützte Kommunikationsförderung beim Schätzen (Jhg. 5/6)“

Kommunikationsförderliche Praktiken ziehen sich durch mehrere Anforderungssituationen, beispielsweise wenn Lehrkräfte sprachliche *Lernziele setzen*, kommunikationsanregende *Aufgaben und Medien auswählen* und *geeignete Unterstützungen nutzen*. Digitale Lehr-Lern-Umgebungen können die fachbezogene Kommunikation unter Lernenden fördern (Geiger et al., 2023), z. B. indem Lernende sich arbeitsteilig mit Strategien in digitalen Erklärvideos beschäftigen und sie sich dann gegenseitig erklären. Damit dies auch Lernenden gelingt, die ihre Sprachkompetenzen noch ausbauen müssen, wurden in eine digitale Lehr-Lern-Umgebung (Peters et al., 2025) der divomath-Plattform (Abraham et al., 2023; <https://www.divomath.de>) unterstützende Scaffolds eingebaut (Quintana et al., 2004): Merkbilder als visuelle Scaffolds nutzen die Multirepräsentationspotentiale der Digitalität, Gesprächsstrukturgerüste nutzen die zeitliche Sequenzierung in digitalen Lernumgebungen und Satzgerüste ermöglichen eine adaptiv unterstützte Kommunikation (s. Abbildung 4).

In der Fortbildung sollen Lehrkräfte die bereits in die Lehr-Lern-Umgebung integrierten Scaffolds durchdenken, damit sie sie in ihrer Unterrichtserprobung zielgerichtet nutzen können. Abbildung 4 zeigt eine Serie von Fortbildungsaktivitäten aus dem Themenbaustein, in denen kommunikationsförderliche Praktiken zum *Lernprozesse unterstützen* und *Gespräche moderieren* ausgehend von *Lernziele setzen* erarbeitet werden.

Dabei wird neben den Lernzielkategorien (Stützpunkte, Strategien anwenden, Strategien erklären) das Kategorienpaar „Hürde – Gerüst zur Überwindung der Hürde“ eingeführt und genutzt, damit Lehrkräfte den Ansatz des Scaffoldings (Quintana et al., 2004) handlungsleitend durchdenken und nach der Analyse des Designs der Lehr-Lern-Umgebung auch für das spontane Scaffolding beim *Moderieren gemeinsamer Gespräche* aktivieren können.

3.3 Synchron verknüpfte Darstellungen in verstehensorientierten Praktiken einbinden

Lehrkräfte sollen Lernziele, Aufgaben und Medien so auswählen, dass Konzepte, Strategien und Verfahren nachhaltig im Verständnis verankert werden; darauf zielt das Prinzip der *Verstehensorientierung* (Hiebert & Carpenter, 1992; Holzäpfel et al., 2024). Dynamische Arbeitsmittel mit Multirepräsentationsfunktionen können zur verstehensorientierten Gestaltung des Mathematikunterrichts beitragen, indem sie graphische und symbolische Darstellungen mathematischer Konzepte und Verfahren synchron miteinander verknüpfen (Walter, 2024). Damit Lernende die verschiedenen Darstellungen nicht nur oberflächlich wahrnehmen, sondern mit Bedeutung füllen, bedarf es entsprechender verstehensorientierter Praktiken zur Anregung expliziter Darstellungsvernetzung.

Lehrkräfte sollen unter anderem in der Lage sein, passende Aufgaben und Darstellungen vor dem Hintergrund von Lernzielen (in Abbildung 5 oben) ihres Unterrichts auszuwählen, geeignete Szenarien der Einbettung in den eigenen Unterricht zu prüfen und zu planen sowie synchron verknüpfte Darstellungen als Diskussionsanlässe zu nutzen. Abbildung 5 zeigt hierzu eine Fortbildungsaktivität aus dem Themenbaustein Arithmetik 3/4. Zunächst erkunden Lehrkräfte modular angelegte Lerneinheiten einer divomath Lehr-Lern-Umgebung (Abraham et al., 2023), woraufhin neben der Passung zum eigenen Unterricht und den Lernzielen der eigenen Lerngruppe auch notwendige Adaptionen eingefordert werden (Abbildung 5 oben). Die Lehrkräfte sollen also entscheiden, mit welchen Aufgaben und Impulsen sie das Erreichen der Lernziele fördern können. Daran anschließend wird die synchrone Verknüpfung verschiedener Darstellungen anhand prototypischer Aufgaben fokussierter betrachtet, und die Aufgaben durch Fokussierungen in mündlichen verstehensorientierten Impulsen ergänzt. Die untere Folie in Abbildung 5 zeigt eine mögliche zusammenfassende Sicherung der Diskussion.

Synchron verknüpfte Darstellungen für **verstehensorientierte** Praktiken



Aufgaben und Medien auswählen & adaptieren

Produktive Praktik:

Einbindung dynamischer Arbeitsmittel (mit synchron verknüpften Darstellungen) in Aufgaben analysieren und optimieren



Lernziele setzen und Lernpfade konzipieren

Produktive Praktik:

Aufgaben und Impulse für spezifische Lernziele auswählen



Lernprozesse unterstützen und fördern

Produktive Praktik:

Mit Impulsen zu synchron verknüpften Darstellungen explizite Erklärungen der Darstellungsvernetzung anregen

Einbettung der

Fortbildungsaktivität:

Lehrkräfte erkunden Aufgaben einer digitalen Lehr-Lern-Umgebung und reflektieren die Einbindung synchron verknüpfter Darstellungen durch Aufgaben und entwickeln Ideen zur Implementation in eigene Praxis (obere Folie).

Anschließend gemeinsame Diskussion an prototypischen Aufgaben mit Sicherung zu Potenzialen und notwendiger Einbindung durch Aufgaben und Impulse (untere Folie).

Darstellungen verknüpfen: Dynamisches Arbeitsmittel in **divomath**

Aktivität zur Analyse der Aufgaben mit dynamischen Arbeitsmitteln

1. Bearbeiten Sie die divomath-Einheiten „Beispielaufgaben aus Malaufgaben im Alltag“ und „Beispielaufgaben aus Malaufgaben darstellen“ gemeinsam.
2. Untersuchen Sie die Potentiale der Aufgaben für Verstehensorientierung:
 - Was entdecken Sie in den Beispielaufgaben, was Sie in Ihrem Unterricht ähnlich machen (z.B. mit Material)?
 - Wie könnte die digitale Darstellung Ihren Unterricht noch bereichern und das Erreichen der Lernziele unterstützen?
 - Für welche Lernziele im Lernpfad bietet sich welche Aufgabe an?
 - Welche Impulse oder Adaptionen würden Sie einplanen?



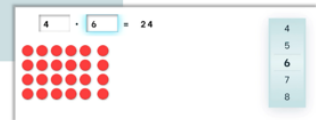
20min

Lernpfad zum Aufbau der Multiplikationsverständnisses

1. Lernziel: Verständnis für „mal“ erzeugen
2. Lernziel: Einfache Aufgaben sichern
3. Lernziel: Einfache Aufgaben zum Ableiten nutzen



Verstehensorientierung



Verstehensorientierte Aufgaben und Impulse zu dynamischen Arbeitsmitteln in **divomath**



Potentiale der dynamischen Arbeitsmittel

- Multirepräsentationsfunktion, bei dem Punktfeld /-Reihe automatisch mit Term verknüpft sind, d.h. sich zusammen mit Term ändern

Potentiale der Aufgaben zu den dynamischen Arbeitsmitteln

- explizit Darstellungsvernetzung erklären lassen
- Sprache anbieten, um Vernetzung zu erklären („vier Sechser“)
- Aufgabenbeziehungen entdecken, indem Lernende erkunden, wie sich das Punktfeld / Punktereihe ändert, wenn Term variiert wird („wenn die zweite Zahl eins größer wird, sind es vier Sechser statt vier Sechser“)

Muss durch mündliche Impulse immer wieder fokussiert werden

- aktiv erklären lassen, wie Darstellungen zusammenpassen („warum genau passen die zusammen, wo siehst du das „Mal“?)
- Bündelstrukturen versprachlichen lassen („Was passiert mit den Sechsern?“)

(Abraham et al., 2023)

Abb. 5: Fortbildungsaktivitäten in drei Anforderungssituationen zu verstehensorientierten Praktiken aus DigiProMIN-Themenbaustein „Verstehensorientierte Lernumgebungen zur Arithmetik (Jhg. 3/4)“

3.4 Lernstände als Basis für datengestützte Förderpraktiken erfassen

Eine zentrale Anforderungssituation von Lehrkräften besteht darin, Lernstände und -prozesse von Lernenden systematisch zu diagnostizieren, zu beurteilen und auf dieser Grundlage fundierte fachdidaktisch Entscheidungen für adaptive Unterstützungs- und Förderpraktiken zu treffen. Gerade in leistungsheterogenen Klassen erfordert dies eine hohe diagnostische Kompetenz seitens der Lehrkräfte, insbesondere, wenn der Unterricht datengestützt und entlang der Prinzipien guten Unterrichts gestaltet werden soll. Um Lehrkräfte gezielt bei der Umsetzung entsprechender Praktiken zu unterstützen, können digitale Lern- und Testumgebungen verwendet werden. Diese ermöglichen eine komfortable und kontinuierliche Erhebung von Lernprozessen bzw. -ständen, was sich positiv auf die Entwicklung des Lernzuwachses auswirken kann (bspw. Fuchs et al., 2025). Durch die Möglichkeit auch Bearbeitungsprozesse detailliert zu erfassen, eröffnen sie zudem neue Möglichkeiten für eine datengestützte Individualisierung des Lernens (Aleven et al., 2023). Tools wie automatisierte Feedbacksysteme oder Performance-Dashboards liefern Lehrkräften strukturierte, aussagekräftige Rückmeldungen über den Lernfortschritt der Lernenden und das oft in Echtzeit (Bednorz et al., 2024). In der Fortbildung werden deshalb automatisierte Feedbacksysteme vorgestellt, um Lehrkräften das Potenzial automatischer Rückmeldungen aufzuzeigen. Gleichzeitig werden sie dazu qualifiziert (i) adaptive Lerngelegenheiten

zu nutzen, die bspw. die randomisierte Zuweisung von Aufgabenvarianten, die Validierung mathematischer Eingaben, deren Bewertung sowie adaptives Feedback ermöglichen und (ii) ebendiese vor dem Hintergrund der Lernziele und Prinzipien für Unterrichtsqualität zu hinterfragen. Wenn bspw. nicht nur eine automatische adaptive Aufgabenzuweisung zum weiteren Üben nötig ist, weil tiefgehendere Verstehenslücken in den Daten sichtbar werden, können Lehrkräfte so gezielt nächste Förderansätze auswählen, die an den Lernständen anknüpfen und *kognitiv aktivierend*, *verstehensorientiert* und *lernendenorientiert* eingesetzt werden können.

Ziel der entwickelten Fortbildungssequenz ist die gezielte Entwicklung diagnostischer und beurteilender Kompetenzen im Umgang mit digitalen Lernumgebungen und Medien. Lehrkräfte sollen befähigt werden, datenbezogene Informationen aus einer digitalen Lernumgebung, etwa aus Dashboards oder automatisierten Rückmeldesystemen, systematisch zu interpretieren und für ihre Unterrichtsplanung sowie die individuelle Förderung produktiv zu nutzen. Die in Abbildung 6 dargestellten Fortbildungsaktivitäten zeigen exemplarisch, wie digitale Werkzeuge zur Analyse von Lösungen von Lernenden eingesetzt, typische Fehlermuster diagnostiziert und unterrichtliche Förderpraktiken unter Berücksichtigung dreier Prinzipien geplant werden können.

Lernstände datengestützt erfassen für *kognitiv aktivierende*, *verstehensorientierte* und *lernendenorientierte* Förderpraktiken

Lernstände und -prozesse diagnostizieren

Lernprozesse unterstützen und fördern

Kognitiv aktivierende Förderpraktik:
Fehlermuster nutzen, um anspruchsvolle Denkprozesse bei Lernenden anzustoßen

Verstehensorientierte Förderpraktik:
Diagnosedaten nutzen, um unverständene Aspekte verständlich aufzubereiten

Durchgängigkeitsstärkende Förderpraktik:
Vorwissen wird gezielt eingebunden, um aufbauende Lernschritte zu ermöglichen

Lernstände diagnostizieren und Förderung planen

Übungsaufgabe F2 in Klasse 11:
Berechne den Differenzenquotienten für $f(x) = x^2$.

Anforderungssituation im Unterricht
Im Rahmen einer Übung zur Festigung der Berechnung des Differenzenquotienten zeigt das Dashboard der digitalen Lernumgebung an, dass Pauls Lösung zur Aufgabe F2 falsch ist. Sie betrachten daher seinen Bearbeitungsverlauf.

Fehlerdiagnose: Welcher Fehler ist in seiner Bearbeitung erkennbar? Wie würden Sie diesen inhaltlich und didaktisch einordnen?

Fehlerbearbeitung: Wie würden Sie auf diesen Fehler reagieren? Berücksichtigen Sie dabei kognitive Aktivierung, Verstehensorientierung und Durchgängigkeit in Ihrem weiteren Vorgehen.

Dashboard

	F1	F2	F3	F4	F5	F6
Bewertung/10,00	/1,67	/1,67	/1,67	/1,67	/1,67	/1,67
P3170	6,51	✓ 1,57	✗ 0,00	✓ 1,11	✓ 1,25	✓ 1,25

Pauls Bearbeitungsverlauf

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x+h) - x^2}{h} \rightarrow \frac{x^3 + x^2 \cdot h - x^2}{h}$$

$$\rightarrow \frac{x^3 - h}{h} \rightarrow x^3$$

Lernstände diagnostizieren und Förderung planen

Mögliche Diagnose
Paul interpretiert $f(x+h)$ nicht korrekt und setzt offenbar f mit x^2 gleich, ohne die Funktion auf $x+h$ anzuwenden, statt $(x+h)^2$ bildet er $x^2 \cdot (x+h)$. Dieser Fehler weist auf Verstehenslücke zur Funktionsschreibweise hin.

Mögliche Ansätze zum Umgang mit dem Fehler

Kognitiv aktivierender Ansatz

Gezielte Konfrontation mit verschiedenen fehlerhaften und korrekten Bearbeitungen zur Diskussion („Was stimmt, was nicht – und warum?“). Ziel: Reflexion über die Bedeutung von $f(x+h)$ fördern

Verstehensorientierter Ansatz

Nächstes Lernziel: $f(x+h)$ als Funktionswert an einer um h verschobenen Stelle verstehen. Dazu Sekante zu markierten Punkten bei x und $x+h$ visualisieren, damit Lernende mittlere Änderungsrate mit Differenzenquotienten verknüpfen und Übergang zur momentanen Änderungsrate verstehen

Lernendenorientierter Ansatz

Explizites Anknüpfen an bereits beim Lernenden Bekanntes, z. B. Verständnis von Funktion, Funktionsterm und -wert für korrekte Interpretation von $f(x+h)$ als Funktionswert an veränderter Eingabestelle.

Abb. 6: Fortbildungsaktivitäten in zwei Anforderungssituationen zu drei Prinzipien aus dem DigiProMIN-Themenbaustein „Verstehensorientierter Aufbau des Ableitungsbegriffs“ (Jhg. 11)

3.5 Robuste und softe Konstruktionen für produktive Gestaltung mathematischer Explorationen

In Entdeckungsphasen des Mathematikunterrichts kann die *kognitive Aktivierung* der Lernenden durch den Einsatz digitaler Medien in besonderer Weise angeregt werden. Digitale Werkzeuge übernehmen dabei mathematische (Routine-)Prozeduren, wodurch Lernende operativ und kognitiv entlastet werden

und der Fokus der Lernaktivität auf den anspruchsvollen Denkhandlungen des Erkundens und (begründeten) Vermutens mathematischer Zusammenhänge liegen kann. Die Möglichkeit, mathematische Situationen mit digitalen Werkzeugen dynamisch zu visualisieren, kann diese Denkprozesse weiter unterstützen (Barzel et al., 2024). In Dynamischer Geometrie-Software (DGS) können geometrische Figuren schnell konstruiert, (scheinbar) kontinuierlich im Zugmodus bewegt und dabei auf invariante Eigenschaften und Beziehungen untersucht werden (Healy, 2000).

Wenn Lehrkräfte *kognitiv aktivierende*, DGS-gestützte Lernaktivitäten entwickeln, müssen sie didaktisch treffsichere Entscheidungen zum Grad der Vorstrukturierung der DGS-Umgebung treffen. Zwischen einem „leeren“ digitalen Zeichenblatt zum freien geometrischen Arbeiten einerseits und stark vorstrukturierten, DGS-gestützten Lernumgebungen mit interaktiven Arbeitsblättern andererseits gibt es die Option, die Lernenden mit einzelnen DGS-Zugfiguren (Kortenkamp & Dohrmann, 2016) (auch: „DGS-Applets“) an dazugehörigen Aufgaben arbeiten zu lassen (Roth, 2022). Die Konstruktion einer solchen Zugfigur hat neben der Aufgabenstellung einen wesentlichen Einfluss auf die Qualität der Explorationsphase. Healy (2000) stellt mit der Unterscheidung von „robust constructions“ und „soft constructions“ ein *didaktisches Werkzeug* vor, durch das das Potenzial von DGS-Zugfiguren nicht nur in Hinblick auf die *kognitive Aktivierung*, sondern auch bezüglich der *Verstehensorientierung* gesteigert werden kann. Die Beurteilung und Adaption von DGS-Applets über das didaktische Werkzeug *robust und soft constructions* stellt somit eine *produktive Praktik* im Kontext der Anforderungssituation *Aufgaben und Medien auswählen und adaptieren* dar.

Abbildung 7 (oben) zeigt eine Aktivität aus dem Themenbaustein Argumentieren und Kommunizieren (Geometrie Jhg. 7-9), welche diese Praktik gemeinsam mit dem Formulieren einer passenden Aufgabenstellung zu einem gegebenen Applet anhand des Lerngegenstandes „Satz des Thales“ adressiert. Die anschließende Diskussion mit den Teilnehmenden über Adaptionsmöglichkeiten des Applets dient der induktiven Erarbeitung der Vor- und Nachteile von robust und soft constructions. Auf der mittleren Folie wird das Potenzial der soft constructions für die *kognitive Aktivierung* und *Verstehensorientierung* explizit erläutert, in der Fortbildung wird darüber hinaus mündlich aufgezeigt, dass die erhöhte Entdeckungsoffenheit durch soft constructions unmittelbar mit erweiterten Kommunikationsanlässen einhergeht (*Kommunikationsförderung*), die durch strukturierte Dokumentation gestützt werden.

Das Zusammenspiel von Variation und Invarianz mathematischer Eigenschaften, expliziert am Beispiel Satz des Thales, ist unabhängig von diesem Lerngegenstand charakteristisch für Entdeckungsphasen auch bei Explorationen zu anderen Themen (Stroetmann & Kortenkamp, 2024). Die damit verbundene zentrale Strategie des „Suchens nach Invarianten“ zur Vermutungsgenerierung über mathematische Zusammenhänge sollte *durchgängig* über alle Jahrgangsstufen hinweg in explorativen Lernsituationen angebahnt und systematisch weiterentwickelt werden (Bruder, 1994). Diese Übertragbarkeit auf andere Themengebiete wird im Fortbildungsbaustein im Sinne des Qualitätsprinzips *Durchgängigkeit* mithilfe der generischen „Variation Theory of Learning“ (Marton, 2015) verdeutlicht. Die Theorie fundiert zudem die zuvor herausgestellten Vorteile von soft constructions in Entdeckungsphasen und dient als *Denk- und Wahrnehmungskategorie* zur Gestaltung, Adaption und sequenziellen Anordnung von DGS-Konfigurationen in Explorationsphasen jeglicher Themengebiete (Kullberg et al., 2017).



Aufgaben und Medien auswählen & adaptieren

Produktive Praktiken:

- DGS-Applets für Explorationsphasen beurteilen und adaptieren
- Passende Aufgabenstellungen (und Impulsfragen) zu einem Applet formulieren

Einbettung der Folien in die Fortbildungsaktivität:

Nachdem das Zusammenspiel von Variation und Invarianz als Grundlage für Entdeckungen mit DGS am Beispiel eines Applets zum Satz des Thales herausgestellt wurde, sollen die Lehrkräfte das gegebene Applet in der Aktivität selbst beurteilen, passende Aufgabenstellungen formulieren und Adaptionmöglichkeiten entwickeln.

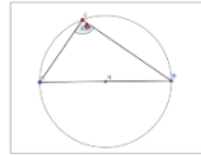
Das Auswertungsgespräch zu der Aktivität mündet in einer induktiven Erarbeitung von zwei Typen von DGS-Konstruktionen und der Besprechung ihrer Vor- und Nachteile für Explorationsphasen. Die Vor- und Nachteile werden anschließend mit der Variation Theory of Learning theoretisch fundiert und die Anwendbarkeit auf andere Lerngegenstände durch Verallgemeinerung verdeutlicht.

Beispiel: Satz des Thales mit Dynamischer Geometrie-Software entdecken

Durch die Beobachtung von Invarianten bei der Bewegung von Figuren im Zugmodus können die ihnen innewohnenden geometrischen Beziehungen entdeckt werden.

Geometrische Beziehung:

Satz des Thales: Wenn C auf einem Kreis mit Durchmesser $\overline{AB}$ liegt, dann ist $\angle ACB = 90^\circ$.



Invarianten:

- Erste Invariante (per Konstruktion): Lage von C auf dem Kreis
- Zweite Invariante (Konsequenz): rechter Winkel

Aktivität zum Applet für das Entdecken des Satz des Thales mit Dynamischer Geometrie-Software (DGS)

Sie wollen den Satz des Thales durch Ihre Lernenden mithilfe von DGS entdecken lassen. Würden Sie dieses Applet dafür nutzen?

- Wenn ja: Wie würden Sie das Applet einsetzen? Wie könnte eine passende Aufgabenstellung für die Entdeckung im Unterricht aussehen?
- Wenn nein: Warum nicht? Was würden Sie an dem Applet ändern?

Machen Sie sich zunächst selbst Gedanken und diskutieren Sie sie anschließend paarweise. Reflektieren Sie dabei insbesondere das Potenzial des Applets für kognitiv aktivierende, verstehensorientierte Entdeckungsphasen.



Beispiel: Satz des Thales mit Dynamischer Geometrie-Software entdecken

Satz des Thales: Wenn C auf einem Kreis mit Durchmesser $\overline{AB}$ liegt, dann ist $\angle ACB = 90^\circ$.

Figur 1 „Robust construction“



- Erste Invariante (per Konstruktion festgelegt): Lage von C auf dem Kreis
- Zweite Invariante (Konsequenz erscheint automatisch): rechter Winkel

Figur 2 „Soft construction“



- Erste Invariante (per Zugmodus frei konstruierbar!): Lage von C auf dem Kreis
- Zweite Invariante (Konsequenz muss selbst entdeckt werden): rechter Winkel

Soft constructions entstehen, indem nicht alle Voraussetzungen eines geometrischen Zusammenhangs („Wenn...“, „dann...“) in DGS konstruiert werden. Die freiere Konstruktion ...

- schafft Entdeckungsoffenheit und Raum zur Exploration (Was passiert, wenn...?)
- macht Kausalität zwischen Invarianten erlebbar (Was sind die Bedingungen für eine beobachtete Eigenschaft? Was folgt woraus?)
- Darüber hinaus: erleichtert Verständnis darüber, warum der gefundene Zusammenhang gilt (Argumente finden)

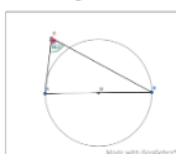
(Healy, 2000)

Verallgemeinerung zur Bedeutung von Variation und Invarianten – Variation Theory of Learning

Contrast: Kritischer Aspekt eines Konzeptes muss variiert werden, damit er wahrnehmbar ist.

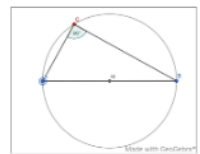
Separation: Kritischer Aspekt kann erst dann erkannt werden, wenn „unkritische“ Aspekte invariant bleiben.

Soft construction von Punkt C
Fixierung von A und B



Generalization: Kritischer Aspekt eines Konzeptes bleibt invariant, während „unkritische“ Aspekte variieren.

Robust construction von Punkt C
Beweglichkeit von A und B



Lernumgebungen mit DGS-Applets zur Entdeckung eines relevanten Aspektes (eines Begriffs / Zusammenhangs) sollten...

- zuerst die Erfahrung von Variation in diesem Aspekt (bei gleichzeitiger Invarianz in irrelevanten Aspekten) ermöglichen
- erst später: auch die Variation irrelevanter Aspekte zulassen, um ein verallgemeinertes Verständnis zu fördern

Die Aspekte eines zu entdeckenden Zusammenhangs gezielt variabel oder invariant in DGS konstruieren, um die Aufmerksamkeit der Lernenden zu lenken.



Kognitive Aktivierung



Verstehensorientierung

(Kullberg et al., 2017)

Abb. 7: Fortbildungsaktivität für die Anforderungssituation *Aufgaben und Medien auswählen und adaptieren* aus dem DigiProMIN-Themenbaustein „Argumentieren und Kommunizieren (Geometrie Jhg. 7-9)“

4. Fazit: Fachdidaktisch treffsicherer Einsatz braucht Prinzipien und gegenstandsbezogene Lernziele

Die fünf Beispiele von Fortbildungsaktivitäten illustrieren unseren Ansatz für die Ausgestaltung von Fortbildungsbausteinen, die sich in ersten Erprobungen der Bausteine auch bereits praktisch bewährt haben. Auch wenn die empirischen Analysen der initiierten Professionalisierungsprozesse noch andauern, lässt sich bereits jetzt feststellen: Damit Lehrkräfte digitale Medien fachdidaktisch treffsicher einsetzen lernen, sollten Fortbildungen

- die genaue Ausdifferenzierung der jeweiligen fachlichen Lernziele stets einbeziehen und die fokussierten Praktiken darauf ausrichten (wie das Erläutern der Schätzstrategien, Vorstellungen zu arithmetischen Operationen, Verständnis von Funktionstermen als Verstehensgrundlage des Differenzenquotienten, das Generieren von Vermutungen durch Beobachtung von Invarianten in DGS),
- weitere Kategorien zur Unterscheidung von digitalen Medien und ihren Konfigurationen (z.B. robust und soft constructions), Prozessen (z.B. aktiv-handelnde und konstruktive Prozesse), Aufgaben (mit stärkerer oder geringerer Vorstrukturierung und Explikation von Darstellungsvernetzung) und Scaffolds (z.B. Satzgerüste oder visuelle Gerüste) nutzen,
- Aktivitäten enthalten, in denen sich Lehrkräfte den produktiven und fachdidaktisch treffsicheren Praktiken annähern können (Analyse, Planung, Erprobung, Abgleich mit vorgeschlagenen Ansätzen) fokussieren und
- Digitale Medien und Unterrichtsangebote (bspw. divomath, STACK, DGS) aktiv vorstellen und einbinden sowie in Unterrichtserprobungen explorieren, um die Praktiken auch im Unterricht erfahrbar zu machen.

Da allerdings die konkreten technischen Voraussetzungen an Schulen und die bereits vorhandene Expertise der teilnehmenden Lehrkräfte sehr unterschiedlich sein können, sollten Fortbildungsbausteine so gestaltet sein, dass sie durch die Fortbildenden je nach Voraussetzungen bzgl. Länge (mit einem oder mehreren Themenbausteinen), Intensität, sowie vor allem Gewichtung der fachinhaltlichen, technischen und fachdidaktischen Aspekte in den Erarbeitungs- und Reflexionsphasen angepasst werden können. In Zukunft sollten die dadurch initiierten Professionalisierungsprozesse bei Lehrkräften genauer untersucht werden.

Über die konkret vorgestellten Aktivitäten und ihre spezifischen fachlichen Themen hinaus sind die fortbildungsdidaktischen Hintergründe und Design-Herangehensweisen in Zukunft auch darauf zu untersuchen, inwiefern sie auf andere mathematische Themen, weitere Anforderungssituationen und auch über das Fach Mathematik hinaus transferierbar bzw. adaptierbar sind.

Förderhinweis. Der Artikel dokumentiert unsere Zusammenarbeit im Projekt DigiProMIN und wird durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert (Förderkennzeichen 01JA23M05A/B/E, Teilprojektleitungen U. Kortenkamp, S. Prediger, D. Sommerhoff, C. Selter und D. Walter).

Literatur

- Abraham, M., Bielinski, S., Kissel, E., Selter, C., Vonstein, H. & Prediger, S. (2023). Designprinzipien in divomath: Digitale verstehensorientierte Lehr-Lern-Umgebungen für alle Unterrichtsphasen. In F. Dilling, D. Thurm & I. Witzke (Hrsg.), *Digitaler Mathematikunterricht in Forschung und Praxis* (S. 1–11). WTM Verlag.
- Aleven, V., Baraniuk, R., Brunskill, E., Crossley, S., Demzky, D., Fancsali, S., Gupta, S., Koedinger, K., Piech, C., Ritter, S., Thomas, D. R., Woodhead, S., & Xing, W. (2023). Towards the Future of AI-Augmented Human Tutoring in Math Learning. In: Wang, N., Rebollo-Mendez, G., Dimitrova, V., Matsuda, N., Santos, O.C. (eds) *Artificial Intelligence in Education. Posters and Late Breaking Results, Workshops and Tutorials, Industry and Innovation Tracks, Practitioners*,

- Doctoral Consortium and Blue Sky. AIED 2023. *Communications in Computer and Information Science*, Vol 1831. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36336-8_3
- Ball, D. L. & Forzani, F. M. (2009). The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of Teacher Education*, 60(5), 497–511. <https://doi.org/10.1177/0022487109348479>
- Bardy, T., Holzäpfel, L. & Leuders, T. (2021). Adaptive tasks as a differentiation strategy in the mathematics classroom: Features from research and teachers' views. *Mathematics Teacher Education and Development*, 23(3), 26–53.
- Barzel, B., Greefrath, G., Nagel, M. & Hoffmann, M. (2024). Digitalisierung als Chance für alle Prinzipien guten Unterrichts. *Mathematik Lehren*, 242, 42–47. <https://quamath.de/node/149>
- Bednorz, D., Litteck, K., Sommerhoff, D., & Heinze, A. (2023). *Erfassung individueller Lerntrajektorien zum Ableitungsbe-griiff in einer digitalen Lernumgebung*. In IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022: 56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (S. 569–572). WTM-Verlag. <https://doi.org/10.17877/DE290R-23555>
- Borko, H., Carlson, J., Deutscher, R., Boles, K. L., Delaney, V., Fong, A., Jarry-Shore, M., Malamut, J., Million, S., Mozen-ter, S. & Villa, A. M. (2021). Learning to lead: An approach to mathematics teacher leader development. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(1), 121–143. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10157-2>
- Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte*. Huber.
- Bruder, R. (1994). Im Mathematikunterricht heuristische Erfahrung gewinnen - am Beispiel des Invarianzprinzips. In F. Pad-berg (Hrsg.), *Beiträge zum Lernen und Lehren von Mathematik*. (S. 18–26). Friedrich.
- Chi, M. T. H. & Wylie, R. (2014). The ICAP Framework: Linking cognitive engagement to active learning outcomes. *Edu-cational Psychologist*, 49(4), 219–243. <https://doi.org/10.1080/00461520.2014.965823>
- Chi, M. T. H., Adams, J., Bogusch, E. B., Bruchok, C., Kang, S., Lancaster, M., Levy, R., Li, N., McEldoon, K. L., Stump, G. S., Wylie, R., Xu, D. & Yaghmourian, D. L. (2018). Translating the ICAP theory of cognitive engagement into prac-tice. *Cognitive Science*, 42(6), 1777–1832. <https://doi.org/10.1111/cogs.12626>
- Desimone, L. M., Porter, A. C., Garet, M. S., Yoon, K. S. & Birman, B. F. (2002). Effects of professional development on teachers' instruction. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 24(2), 81–112. <https://doi.org/10.3102/01623737024002081>
- Fuchs, A., Radkowsch, A. & Sommerhoff, D. (2025). Using learning progress monitoring to promote academic perfor-mance? A meta-analysis of the effectiveness. *Educational Research Review*, 46, 100648. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2024.100648>
- Garet, M., Porter, A., Desimone, L., Birman, B. & Yoon, K. S. (2001). What makes professional development effective? *American Educational Research Journal*, 38(4), 915–945. <http://www.jstor.org/stable/3202507>
- Geiger, V., Bennison, A. & Abidin, Z. (2023). Enhancing learner communication and collaboration through digital re-sources: Affordances, constraints, and possibilities. In B. Pepin, G. Gueudet & J. Choppin (Hrsg.), *Handbook of digital resources in mathematics education* (S. 1–27). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-95060-6>
- Grossman, P., Kavanagh, S. S. & Dean, C. G. P. (2018). The turn towards practice in teacher education. In P. Grossman (Hrsg.), *Teaching core practices in teacher education* (S. 1–14). Harvard Education Press.
- Healy, L. (2000). Identifying and explaining geometrical relationship: Interactions with robust and soft Cabri construc-tions. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of PME XXIV, Hiroshima* (Vol. 1, pp. 103–117). PME.
- Hiebert, J. & Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws (Hg.), *Handbook of re-search on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 65–97). Macmillan.
- Holzäpfel, L., Prediger, S., Götze, D., Rösken-Winter, B. & Selter, Ch. (2024). Qualitätsvoll Mathematik unterrichten: Fünf Prinzipien. *Mathematik lehren* (242), 2–8. quamath.de/dokumente/praxispublikation/142
- Kadluba, A., Strohmaier, A., Schons, C. & Obersteiner, A. (2025). How much C is in TPACK? A systematic review on the assessment of TPACK in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 118(2), 169–199. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10357-x>
- Klieme, E., Lipkowski, E., Rakoczy, K. & Ratzka, N. (2006). Qualitätsdimensionen und Wirksamkeit von Mathematikunter-richt. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule* (S. 127–146). Waxmann.
- Kortenkamp, U., & Dohrmann, C. (2016). Vorwärts-Rückwärts zum Begriff. Konstruktion und Re- Konstruktion von Zugfi-guren. *mathematik lehren*, 33(196), 18–21.
- Kullberg, A., Runesson Kempe, U. & Marton, F. (2017). What is made possible to learn when using the variation theory of learning in teaching mathematics? *ZDM – Mathematics Education*, 49(4), 559–569. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0858-4>

- Lachner, A., Jarodzka, H. & Nückles, M. (2016). What makes an expert teacher? *Instructional Science*, 44, 197–203. <https://doi.org/10.1007/s11251-016-9376-y>
- Lipowsky, F. & Rzejak, D. (2021). Fortbildungen für Lehrpersonen wirksam gestalten: Ein praxisorientierter und forschungsgestützter Leitfaden. Bertelsmann Stiftung. <https://doi.org/10.11586/2020080>
- Marton, F. (2015). Necessary conditions of learning. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315816876>
- Mishra, P. & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108, 1017–1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>
- Morris, A. K., Hiebert, J. & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491–529. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.40.5.0491>
- Peters, N., Prediger, S. & Weiss, J. (2025). Fostering students' measurement estimation skills in a digital teaching-learning environment: A class-wise randomized controlled trial in Grade 5. *Education Sciences*, 15(2), 238, 231–226. <https://doi.org/10.3390/educsci15020238>
- Prediger, S. (2019). Investigating and promoting teachers' expertise for language-responsive mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 367–392. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00258-1>
- Prediger, S. & Buró, S. (2021). Selbstberichtete Praktiken von Lehrkräften zu Anforderungssituationen des inklusiven Mathematikunterrichts. *Journal für Mathematikdidaktik*, 42(1), 187–217. <https://doi.org/10.1007/s13138-020-00172-1>
- Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B. & Selter, C. (2022). Five principles for high-quality mathematics teaching. *Frontiers in Education*, 7(969212), 1–15. <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.969212>
- Prediger, S., Selter, C., Holzäpfel, L., Götze, D., & Rösken-Winter, B. (eingereicht). Fortbildung ausrichten an Kernpraktiken: Kohärenz durch fünf zentrale unterrichtliche Anforderungssituationen im deutschlandweiten Fortbildungsprogramm QuaMath.
- Putnam, R. T. & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4–15. <https://doi.org/10.3102/0013189X029001004>
- Quintana, C., Reiser, B. J., Davis, E. A., Krajcik, J., Fretz, E., Duncan, R. G., Kyza, E., Edelson, D. & Soloway, E. (2004). A scaffolding design framework for software to support science inquiry. *The Journal of the Learning Sciences*, 13(3), 337–386. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1303_4
- Redecker, C. (2017). *European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu*. Edited by Y. Punie, Y. Publications Office of the European Union. <http://doi.org/10.2760/159770>
- Roth, J. (2022). Digitale Lernumgebungen – Konzepte, Forschungsergebnisse und Unterrichtspraxis. In: Pinkernell, G., Reinhold, F., Schacht, F., Walter, D. (Hrsg.), *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule* (S. 109–136). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-65281-7_6
- Sailer, M., Maier, R., Berger, S., Kastorff, T. & Stegmann, K. (2024). Learning activities in technology-enhanced learning: A systematic review of meta-analyses and second-order meta-analysis in higher education, *Learning and Individual Differences*, 112, 1041–6080, <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2024.102446>
- Scheiter, K. (2021). Lernen und Lehren mit digitalen Medien: Eine Standortbestimmung. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 24(5), 1039–1060. <https://doi.org/10.1007/s11618-021-01047-y>
- Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think*. Routledge.
- Shure, V., Lehmann, M., Friesen, M., Roesken-Winter, B. & Prediger, S. (2025, online first). Professional development research on promoting productive practices for teachers' handling of typical tasks of mathematics teaching: A systematic review. *ZDM – Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01659-2>
- Siemon, D. (2019). Knowing and building on what students know: The case of multiplicative thinking. In D. Siemon, T. Barkatsas & R. Seah (Hrsg.), *Researching and using progressions (trajectories) in mathematics education* (S. 6–31). Brill. https://doi.org/10.1163/9789004396449_002
- Sims, S., Fletcher-Wood, H., O'Mara-Eves, A., Cottingham, S., Stansfield, C., Goodrich, J., Van Herwegen, J. & Anders, J. (2025). Effective teacher professional development: new theory and a meta-analytic test. *Review of Educational Research*, 95(2), 213–254. <https://doi.org/10.3102/00346543231217480>
- Stroetmann, E. & Kortenkamp, U. (2024). Designing meaningful tasks to promote argumentation skills in DGE – a concept for a professional development program. In T. Lowrie, A. Gutiérrez & F. Emprin (Hrsg.), *Proceedings of the 26th ICMI Study Conference (Advances in Geometry Education)* (S. 255–262). ICMI.
- Sundermann, B. & Selter, Ch. (2013). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht*. Cornelsen.
- Thurm, D., Bokurt, G., Barzel, B., Sacristán, A. I. & Ball, L. (2024). A review of research on professional development for teaching mathematics with digital technology. In B. Peppin, G. Gueudet & J Choppin (Hrsg.), *Handbook of digital resources in mathematics education* (S. 883–921). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-95060-6_49-1

- von Sobbe, L., Damm, A., Sondermann, C., Schröter, H. & Bonnes, C. (2025). *Entwicklung und Gestaltung von Lehrkräftefortbildungen. Eine Handreichung*. Kompetenzverbund lernen:digital. <https://doi.org/10.25656/01:32232>
- Voogt, J., Fisser, P., Pareja Roblin, N., Tondeur, J. & van Braak, J. (2013). Technological pedagogical content knowledge—a review of the literature. *Journal of Computer Assisted Learning*, 29(2), 109–121. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2729.2012.00487.x>
- Walter, D. (2024). Potentials of digital educational resources in the mathematics classroom – didactical considerations and empirical findings. In B. Maj-Tatsīs & K. Tatsīs (Hrsg.), *Educational resources in the mathematics classroom* (S. 179–192). Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.
- Yoon, K. S., Duncan, T., Lee, S. W.-Y., Scarloss, B. A. & Shapley, K. (2007). *Reviewing the evidence on how teacher professional development affects student achievement (REL 2007–No. 033)*. Institute of Education Sciences. <http://ies.ed.gov/ncee/edlabs>